5 Das magnetische Feld

5.1 Wirkung und Darstellung des magnetischen Feldes

5.1.1 Grunderscheinungen

Entdeckung des Magnetismus

Gewisse, in der Natur vorkommende Eisenerze (Magneteisen, Magnetkies) haben die Eigenschaft, in ihrer Nähe befindliche Eisenteile anzuziehen. Diese sogenannte magnetische Wirkung war schon im Altertum (Thales von Milet) bekannt. Der Name *magnetisch* ist von der Stadt *Magnesia* in Kleinasien abgeleitet, in deren Nähe solche Erze mit besonders starkem *Magnetismus* gefunden wurden. Ein anderer natürlicher *Magnet* ist die Erde selbst, deren Ausrichtungswirkung auf eine magnetische Kompassnadel seit langer Zeit bekannt ist. Wird ein Körper aus Eisen oder Stahl in die Nähe eines Magneten gebracht, so wird er selbst zu einem Magneten, d. h., er kann, nachdem er von dem Magneten entfernt ist, selbst Eisenteile anziehen. Weiches Eisen verliert diese Fähigkeit jedoch beim Entfernen vom Primärmagneten fast vollständig. Jeder magnetisierte Stab wirkt wie eine Kompassnadel: Wenn er drehbar aufgehängt wird, dann stellt er sich mit seiner Längsachse ungefähr in Nordsüdrichtung ein. Das zum geographischen Nordpol zeigende Ende heißt *Nordpol* , das andere entsprechend *Südpol* . Die Kraftwirkungen des Magneten sind hauptsächlich an diesen Polen konzentriert. Bei Annäherung zweier Magnete aneinander stellt man fest:

> Gleichnamige Pole stoßen einander ab,
> ungleichnamige Pole ziehen einander an.

Das heißt also, dass der *Magnet Erde* am geographischen Nordpol seinen magnetischen Südpol hat.

Die magnetische Kraftwirkung ist unabhängig davon, ob der den Magneten umgebende Raum z. B. mit Luft erfüllt oder luftleer ist. Somit ist der Magnetismus eine Zustandsmöglichkeit des Raumes, die wir *magnetisches Feld* nennen.

Im Jahr 1820 hat der dänische Physiker Oerstedt entdeckt, dass ein elektrischer Strom, der beispielsweise durch einen Draht fließt, ebenfalls magnetische Erscheinungen hervorruft. Eine Magnetnadel wird z. B. in eine bestimmte Richtung gedreht. Die magnetische Wirkung kann gesteigert werden, wenn der Draht zu einer Spule mit vielen Windungen geformt wird. Solch eine stromdurchflossene Spule verhält sich wie ein permanenter Magnet. Wir werden daher das Studium des magnetischen

Feldes bei den von Strömen in *normaler* Umgebung (Luft, Vakuum) erzeugten Feldern beginnen, d. h., eine besondere Materie wie Eisen soll vorläufig nicht vorhanden sein.

5.1.2 Feldvektor und Feldbilder

Die das magnetische Feld beschreibende Feldgröße können wir wie beim elektrischen Feld aus der in jedem Punkt des Raumes wirkenden Kraft nach Größe und Richtung festlegen. Das magnetische Feld ist damit ebenso ein Vektorfeld. Der Feldvektor wird *magnetische Flussdichte* genannt (Formelzeichen $\boldsymbol{B}$). Angebrachter wäre die Bezeichnung *magnetische Feldstärke*, jedoch ist mit dieser – historisch bedingt – bereits ein anderer Vektor belegt. Veranschaulichen kann man den Verlauf der Linien der magnetischen Flussdichte mit Hilfe von kleinen Eisenteilchen länglicher Form. Eisenfeilspäne bieten sich dazu an. Solch ein kleiner länglicher Körper kann als magnetischer Dipol aufgefasst werden, dessen Dipolmoment $\boldsymbol{m}$ in Richtung seiner Längsachse zeigt. Das Feld der magnetischen Flussdichte $\boldsymbol{B}$ übt auf ihn ein mechanisches Moment der Größe $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$ (vgl. Sie dazu den elektrischen Dipol im elektrischen Feld) aus, so dass er sich in Richtung von $\boldsymbol{B}$ einstellt. Die mit solchen Teilchen erhaltenen Bilder der magnetischen Felder verschiedener Anordnungen sind im Bild 5.1 wiedergegeben.

In den Teilbildern a und b durchsetzen die Leiter die Ebene, auf die die Feilspäne gestreut sind, senkrecht. In den Teilbildern c und d liegt die Achse der Spule jeweils in der Ebene. Beim Teilbild e wurde der Magnet unter der Ebene angebracht. Mit diesen Bildern lassen sich Feldlinienbilder der magnetischen Flussdichte zeichnen. Im Bild 5.2 ist das für die Anordnungen a bis d des Bildes 5.1 ausgeführt.
Man beachte dabei jedoch, dass das Feld im ganzen Raum kontinuierlich verteilt ist und nicht etwa nur auf den Linien wirkt. Wie im elektrischen Feld, so soll auch hier die Dichte der Linien eine Aussage über die Stärke des Feldes gestatten. Die Richtung des Feldes auf einer Feldlinie wurde in Anlehnung an die im Erdfeld beobachteten Kraftwirkungen festgelegt. Wie bereits erwähnt, stellt sich eine Magnetnadel so ein, dass ihr *Nordpol* zum geographischen Nordpol hin zeigt.

Vereinbarung

Nun werde vereinbart, dass der Nordpol der Magnetnadel (oder eines beliebigen Permanentmagneten) der Austrittsbereich und der Südpol der Eintrittsbereich des Feldes sei (Festlegung). Im Bereich eines stromdurchflossenen Leiters stellt sich bei einer Stromrichtung wie im Bild 5.2 a die Magnetnadel wie dort angegeben ein. Die Richtung des Feldes wird durch die Spitze angezeigt.

Korkenzieherregel und Rechte-Hand-Regel

Zwischen der Strom- und der Feldrichtung besteht wieder ein Zusammenhang, den wir früher mit der Rechtsschraubenbewegung verglichen haben. Hier heißt das: Dreht man eine Rechtsschraube, d. h. deren Mantel, in Richtung des Feldes, dann bewegt sich diese in Richtung des Stromes. Man nennt diese Regel auch Korkenzieherregel.

Eine andere Regel, die den Zusammenhang wiedergibt, ist die sogenannte Rechte-Hand-Regel: Umfasst man mit der rechten Hand den Stromleiter, so dass der Daumen in die Richtung des elektrischen Stromes zeigt, dann hat das Feld die Richtung, in die die übrigen Finger zeigen.

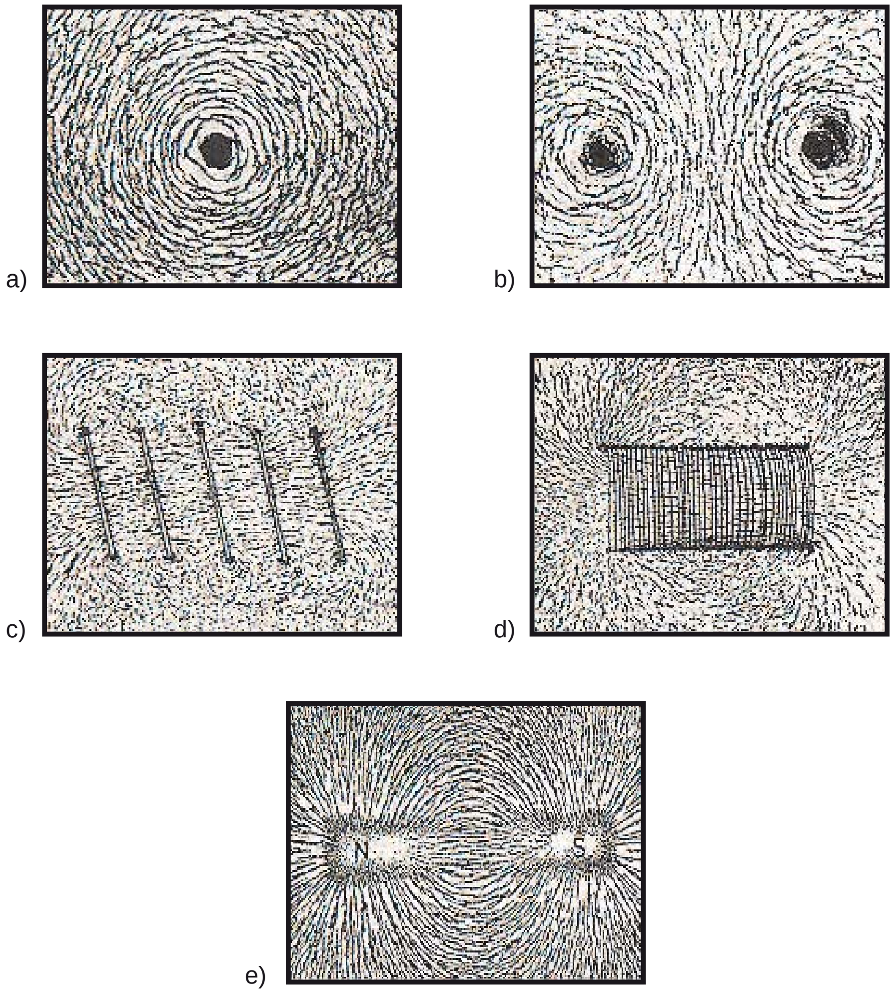

Bild 5.1: *Bilder von magnetischen Feldern mit Eisenfeilspänen* [1]
a) stromdurchflossener Leiter
b) zwei entgegengesetzt stromdurchflossene Leiter
c) weit gewickelte Spule
d) eng gewickelte Spule
e) Stabmagnet

---

1 Zur Herstellung dieser Bilder wurden mit freundlicher Genehmigung des Verlages B.G.Teubner, Stuttgart, die Bilder Nr. 124, 133, 137, 138 und 91 aus Grimsehl-Tomaschek, Lehrbuch der Physik, Bd. 11, 18. Aufl. 1973 verwendet.

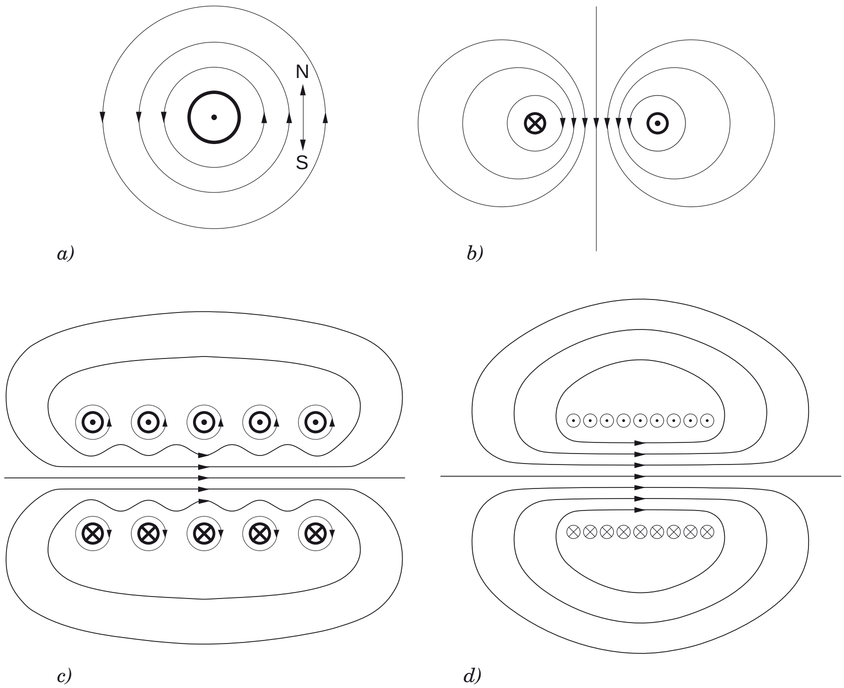

Bild 5.2: *Feldlinienbilder stromdurchflossener Leiter*
$\odot$ *Strom fließt aus der Zeichenebene heraus*
$\otimes$ *Strom fließt in die Zeichenebene hinein*
a) stromdurchflossener Leiter
b) zwei entgegengesetzt stromdurchflossene Leiter
c) weit gewickelte Spule
d) eng gewickelte Spule

Die Bilder 5.1 und 5.2 zeigen, dass das magnetische Feld im Inneren einer Spule nahezu homogen ist. Das gilt umso exakter, je länger die Spule im Vergleich zum Durchmesser ist und je dichter der Draht gewickelt ist (s. Bild 5.2 d). Je länger die Spule wird, desto geringer wird auch das Feld im Außenraum im Vergleich zum Innenraum.

5.1.3 Vergleich zwischen elektrischem und magnetischem Feld

Aus den Darstellungen der Feldlinienbilder im Bild 5.2 ergibt sich für das magnetische Feld ein wesentlicher Unterschied zum statischen elektrischen Feld. Während dort die Feldlinien einen Anfangs- und einen Endpunkt haben, stellen wir hier dagegen fest:

Die Linien der magnetischen Flussdichte sind stets in sich geschlossen.

Diesen empirisch gefundenen Sachverhalt können wir auch noch anders ausdrücken. Bestimmen wir den Fluss (s. Abschn. 1.6.1 *Fluss eines Vektorfeldes*) des Vektors $\boldsymbol{B}$ durch eine beliebige, jedoch geschlossene Fläche, so erhalten wir stets den Wert Null, denn die Zahl der Feldlinien, die in die Fläche eintreten, ist gleich der Zahl derer, die an einer anderen Stelle aus ihr heraustreten. Im magnetischen Feld gibt es damit nichts, was den elektrischen Ladungen entsprechen würde. Anstelle des obigen Satzes können wir daher die Erfahrung auch durch den folgenden Satz wiedergeben:

Erfahrungssatz

Es gibt keine magnetischen Ladungen. Das magnetische Feld ist quellenfrei.

Jedenfalls sind bis heute keine magnetischen Ladungen entdeckt worden. Das gilt auch für den Permanentmagneten. Die im Bild 5.1 e erkennbaren Linien außerhalb des Magneten schließen sich in ihm. Bricht man einen Permanentmagneten an irgendeiner Stelle durch, dann erhält man bekanntlich zwei neue Magnete mit je einem Nord- und einem Südpol. Nord- und Südpol lassen sich also nicht voneinander isolieren. Sie treten stets zusammen als Dipol auf. Die Isolierung eines Pols ist aber eine notwendige Voraussetzung dafür, dass die Anwendung des Gauß'schen Satzes auf einer geschlossenen Fläche um diesen Pol einen von Null verschiedenen Wert ergibt.

5.2 Kraft auf eine bewegte Ladung – Definition der magnetischen Flussdichte $\boldsymbol{B}$

Wir haben bereits darauf hingewiesen, dass der das magnetische Feld beschreibende Feldvektor $\boldsymbol{B}$ aus der Kraftwirkung des Feldes definiert wird. Um diese Definition hier zu geben, wollen wir wieder, wie beim elektrischen Feld, die Kraftwirkung auf ein Probeteilchen mit der positiven Ladung Q_0 untersuchen. Wir nehmen an, dass kein elektrisches Feld vorhanden ist. Bei vernachlässigbarer Schwerkraft kann auf das Teilchen dann nur eine magnetische Kraft wirken. Die Erfahrung lehrt, dass auf das Teilchen im Magnetfeld nur dann eine Kraft ausgeübt wird, wenn es sich bewegt.

Experiment

Deshalb *schießen* wir es durch das Magnetfeld hindurch. Wählen wir als Schussrichtung die Richtung des Feldes, dann stellen wir keine Beeinflussung fest. Mit der Spule im Bild 5.2 c ist solch ein Experiment denkbar, wenn die Flugbahn des Teilchens mit der Spulenachse übereinstimmt. Es erfolgt in diesem Fall weder eine Veränderung des Betrages der Geschwindigkeit noch eine Ablenkung. Somit ist in Richtung oder in Gegenrichtung des Vektors $\boldsymbol{B}$ keine Kraft auf Q_0 wirksam. Nun wollen wir das Teilchen senkrecht zu den Feldlinien durch ein homogenes Feld fliegen lassen. Solch ein homogenes Feld kann man näherungsweise mit einer Spule erzeugen. Damit außerhalb der Spule möglichst kein Feld vorhanden ist, bilden wir sie in Form einer Ringspule aus (Bild 5.3 a).

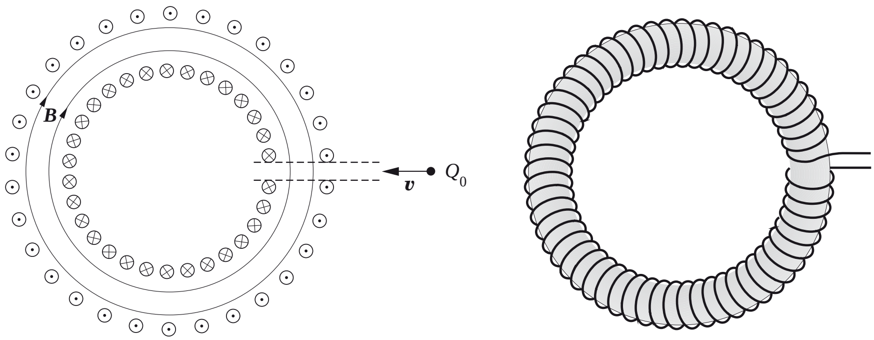

Bild 5.3: *Ringspule mit eingezeichneten Linien der magnetischen Flussdichte (Schnitt)*

Qualitatives Ergebnis

Ist der Durchmesser dieses Ringes groß gegen den Windungsdurchmesser, dann kann man im Bereich eines kleinen Spaltes praktisch ein homogenes Feld annehmen. Schießt man nun die Probeladung senkrecht durch dieses Feld hindurch, so stellt man fest, dass das Teilchen im Bereich des Feldes eine kreisförmige Bahnkurve in der Spaltebene beschreibt (s. Bild 5.4). Der Betrag der Geschwindigkeit wird nicht geändert. Auf das Teilchen wirkt damit nur eine Kraft konstanten Betrages senkrecht zu seiner Flugrichtung und senkrecht zum Feld.

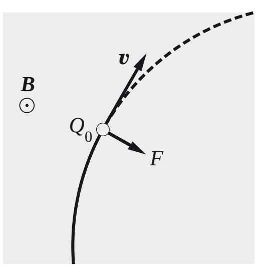

Bild 5.4: *Bahnkurve des Teilchens mit der Ladung Q_0 durch ein homogenes magnetisches Feld*

Die Größe der Kraft kann aus dem Radius der Bahnkurve, der Geschwindigkeit und der Masse des Teilchens bestimmt werden. Man erhält

$$|\boldsymbol{F}| = m\frac{|\boldsymbol{v}|^2}{r} \ . \tag{5.1}$$

Aufgabe 5.1

Der Zusammenhang nach Gl. (5.1) ist abzuleiten! Dazu verwende man die Grundgleichung der Mechanik $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ mit $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}^2\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t^2$. $\boldsymbol{r}$ ist der Ortsvektor eines

Punktes, der um den Koordinatenursprung der x-y-Ebene eine Kreisbahn mit dem Radius r beschreibt und die Bahngeschwindigkeit v hat. Dabei gilt $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} r$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \partial\alpha/\partial t$.

Bei bekannter Masse und bekannter Geschwindigkeit des Teilchens kann durch Messung von r die Größe der Kraft bestimmt werden. Die Größe dieser Kraft in jedem Punkt soll nun ein Maß für den Vektor $\boldsymbol{B}$ in diesem Punkt sein, d. h., wir setzen

$$|\boldsymbol{F}| \sim |\boldsymbol{B}| \ .$$

Nun untersuchen wir in ein und demselben Feld Teilchen mit verschiedener Ladung und verschiedener Geschwindigkeit. Dabei können wir feststellen, dass die Kraft proportional der Ladung und proportional der Geschwindigkeit zunimmt. Damit gilt

Versuchsergebnis

$$|\boldsymbol{F}| = kQ_0|\boldsymbol{v}||\boldsymbol{B}| \ .$$

k ist eine Proportionalitätskonstante. Durch diese Gleichung soll $|\boldsymbol{B}|$ definiert werden. Dabei kann k frei gewählt werden. Es wird $k = 1$ gesetzt. Beachten wir die Definition des Kreuzproduktes von Vektoren, dann können wir als *Definitionsgleichung für den Vektor* $\boldsymbol{B}$ in einem Punkt

Definition für $\boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{F} = Q_0(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{5.2}$$

angeben. In dieser Schreibweise muss $\boldsymbol{v}$ nicht einmal mehr senkrecht zu $\boldsymbol{B}$ gerichtet sein. Bei einer beliebigen Bewegungsrichtung zum Feld kann $\boldsymbol{v}$ nämlich in eine Komponente in Richtung (oder Gegenrichtung) des Feldes und in eine Komponente senkrecht zum Feld zerlegt werden. Die Komponente parallel zum Feld fällt bei der Bildung des Kreuzproduktes heraus, d. h., die Bewegung in Richtung oder Gegenrichtung des Feldes wird in Übereinstimmung mit der eingangs geschilderten Beobachtung von diesem nicht beeinflusst, während die Komponente senkrecht zum Feld die Kraft $\boldsymbol{F}$ und $\boldsymbol{B}$ so verknüpft, als wenn die Bewegung nur mit dieser Komponente erfolgen würde. Die Gl. (5.2) kann nun auch bei gegebenem Feld dazu dienen, die Kraft auf eine sich mit $\boldsymbol{v}$ bewegende Ladung zu bestimmen. Wenn diese Ladung negativ ist, hat die Kraft die entgegengesetzte Richtung wie auf eine positive Ladung unter sonst gleichen Bedingungen. Würde in das Feld im Bild 5.4 ein negatives Ladungsteilchen von unten hineingeschossen, so müßte es nach links abgelenkt werden, was sich auch beobachten lässt.

Die Einheit von $\boldsymbol{B}$ ergibt sich aus Gl. (5.2) zu

$$[\boldsymbol{B}] = \frac{[\boldsymbol{F}]}{[Q][\boldsymbol{v}]} = \frac{\mathsf{N}}{\mathsf{As}\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}} = \frac{\mathsf{N}}{\mathsf{Am}}$$

oder, da

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{F}] &= \frac{[W]}{[\boldsymbol{s}]} = \frac{\mathsf{VAs}}{\mathsf{m}} \ , \\ [\boldsymbol{B}] &= \frac{\mathsf{Vs}}{\mathsf{m}^2} \ . \end{aligned} \qquad (5.3)$$

Der Einheit $\mathsf{Vs/m}^2$ hat man den Namen *Tesla*[2] (T) gegeben. Als Einheit für $\boldsymbol{B}$ war früher auch das Gauß (G) üblich, wobei gilt: $1\,\mathsf{G} \mathrel{\hat{=}} 10^{-4}\ \mathsf{T}$. In der Größenordnung von $1\,\mathsf{G}$ ist etwa das Magnetfeld der Erde. Magnetfelder im technischen Bereich (z. B. Maschinen) haben die Größenordnung von $1\,\mathsf{T}$.

Die Tatsache, dass die magnetische Kraft stets senkrecht zu der Bewegungsrichtung des Ladungsteilchens wirkt, bedeutet, dass das Feld keine Arbeit am Ladungsteilchen verrichtet, denn der Betrag der Geschwindigkeit ändert sich nicht. Es gilt

$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F}\mathrm{d}\boldsymbol{s} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{v}\mathrm{d}t = 0 \ .$$

> Das statische Magnetfeld kann die kinetische Energie eines geladenen Teilchens nicht ändern.

Bewegt sich das Ladungsteilchen durch ein Gebiet, in dem sowohl ein magnetisches als auch ein elektrisches Feld vorhanden ist, dann ergibt sich die resultierende Kraft durch Überlagerung der beiden Feldkräfte.

Lorentz-Beziehung

$$\boldsymbol{F} = Q_0\boldsymbol{E} + Q_0(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \qquad (5.4)$$

Diese Beziehung wird *Lorentz-Beziehung* genannt.[3] Darin wird der erste Term als *Coulomb*- und der zweite als *Lorentz-Kraft* bezeichnet.

2 Tesla, Nicola, 1856-1942, kroatisch-amerikanischer Physiker.

3 Lorentz, Hendrik Antoon, 1853-1928, niederländischer Physiker.