



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Metallberufe

Roland Gomeringer  
Roland Kilgus  
Volker Menges

Stefan Oesterle  
Thomas Rapp  
Claudius Scholer

Andreas Stenzel  
Andreas Stephan  
Falko Wieneke

# Tabellenbuch Metall

49., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

**Europa-Nr.: 10609** mit Formelsammlung

**Europa-Nr.: 1060X** ohne Formelsammlung

**Europa-Nr.: 10706** XL, mit Formelsammlung und keycard

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Autoren:**

Roland Gomeringer	Meistetten
Roland Kilgus	Neckartenzlingen
Volker Menges	Lichtenstein
Stefan Oesterle	Amtzell
Thomas Rapp	Albstadt
Claudius Scholer	Metzingen
Andreas Stenzel	Balingen
Andreas Stephan	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Essen

**Lektorat:**

Roland Gomeringer, Meistetten

**Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 366 bis 380) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart. Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

49. Auflage 2022, korrigierter Nachdruck 2024

Druck 6 5 4 3

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1142-4 mit Formelsammlung  
ISBN 978-3-7585-1143-1 ohne Formelsammlung  
ISBN 978-3-7585-1144-8 XL, mit Formelsammlung und Keycard

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschtzt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Flle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Ertstadt  
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpard  
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen  
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

## Vorwort

### Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Technikerausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

### Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für die „**Formelsammlung Metall plus+**“, die in kompakter Form neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet.

Mit der online & offline nutzbaren Ausgabe in der EUROPATHEK liegt das Tabellenbuch Metall in digitaler Form vor. Die neue Version ist geräte- und betriebssystemübergreifend in verschiedenen Varianten erhältlich. Berechnungsmöglichkeiten, Such- und Notizfunktionen sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Weitere Informationen zu den digitalen Angeboten unter [www.europa-lehrmittel.de/tm49](http://www.europa-lehrmittel.de/tm49).

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

### Änderungen und Erweiterungen in der 49. Auflage

- Normänderungen bis November 2021.
- Neustrukturierung des Kapitels „Technische Kommunikation“ mit wichtigen inhaltlichen Änderungen und Ergänzungen durch neue Normen zur Produktdokumentation (TPD) und der Geometrischen Produktspezifikation (GPS) zur Darstellung in technischen Zeichnungen.
- Aufnahme der Tolerierung von Kunststoff-Formteilen.
- Aufnahme von Verfahren zur Additiven Fertigung mit den Werkstoffen zum Lasersintern.
- Aufnahme neuer CNC-Zyklen bei PAL.
- Neue Kennzeichnungen in Schaltplänen.
- Ergänzungen im Bereich GRAFCET.
- Aufnahme von Hydraulikpumpen mit Berechnungsformeln.

**Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) dankbar.**

<b>1 Technische Mathematik</b>	9 ... 28	<b>M</b>
--------------------------------	----------	----------

<b>2 Technische Physik</b>	29 ... 56	<b>P</b>
----------------------------	-----------	----------

<b>3 Technische Kommunikation</b>	57 ... 124	<b>K</b>
-----------------------------------	------------	----------

<b>4 Werkstofftechnik</b>	125 ... 214	<b>W</b>
---------------------------	-------------	----------

<b>5 Maschinenelemente</b>	215 ... 286	<b>M</b>
----------------------------	-------------	----------

<b>6 Fertigungstechnik</b>	287 ... 432	<b>F</b>
----------------------------	-------------	----------

<b>7 Automatisierungstechnik</b>	433 ... 476	<b>A</b>
----------------------------------	-------------	----------

## Inhaltsverzeichnis

### 1 Technische Mathematik (M)

9

<b>1.1 Einheiten im Messwesen</b>	
SI-Basisgrößen und Einheiten . . . . .	10
Abgeleitete Größen und Einheiten . . . . .	10
Einheiten außerhalb des SI . . . . .	12
<b>1.2 Formeln</b>	
Formelzeichen, mathem. Zeichen . . . . .	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme . . . . .	14
Umstellen von Formeln . . . . .	15
Größen und Einheiten . . . . .	16
Rechnen mit Größen . . . . .	17
Prozent- und Zinsrechnung . . . . .	17
<b>1.3 Winkel und Dreiecke</b>	
Winkelarten, Satz des Pythagoras . . . . .	18
Funktionen im Dreieck . . . . .	19
<b>1.4 Längen</b>	
Teilung von Längen . . . . .	20
Gestreckte Längen . . . . .	21
Rohlängen . . . . .	21

<b>1.5 Flächen</b>	
Eckige Flächen . . . . .	22
Dreieck, Vielecke, Kreis. . . . .	23
Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring. . . . .	24
Ellipse . . . . .	24
<b>1.6 Volumen und Oberfläche</b>	
Würfel, Zylinder, Pyramide . . . . .	25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel . . . . .	26
Zusammengesetzte Körper . . . . .	27
<b>1.7 Masse</b>	
Allgemeine Berechnung . . . . .	27
Längenbezogene Masse . . . . .	27
Flächenbezogene Masse . . . . .	27
<b>1.8 Schwerpunkte</b>	
Linienschwerpunkte . . . . .	28
Flächenschwerpunkte . . . . .	28

### 2 Technische Physik (P)

29

<b>2.1 Bewegungen</b>	
Konstante Bewegungen . . . . .	30
Beschleunigte Bewegungen . . . . .	30
Geschwindigkeiten an Maschinen . . . . .	31
<b>2.2 Kräfte</b>	
Zusammensetzen und Zerlegen . . . . .	32
Kräftearten. . . . .	34
Drehmoment. . . . .	35
<b>2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad</b>	
Mechanische Arbeit . . . . .	35
Einfache Maschinen . . . . .	36
Energie . . . . .	36
Leistung und Wirkungsgrad . . . . .	37
<b>2.4 Reibung</b>	
Reibungskraft, Reibungszahlen . . . . .	38
Rollreibungszahlen. . . . .	38
<b>2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen</b>	
Druck . . . . .	39
Auftrieb . . . . .	39
Hydraulische Kraftübersetzung. . . . .	39
Druckübersetzung . . . . .	40
Durchflussgeschwindigkeit . . . . .	40
Zustandsänderung bei Gasen. . . . .	40

<b>2.6 Festigkeitslehre</b>	
Belastungsfälle, Grenzspannungen . . . . .	41
Statische Festigkeit. . . . .	42
Elastizitätsmodul . . . . .	42
Zug, Druck, Flächenpressung . . . . .	43
Abscherung, Torsion, Biegung . . . . .	44
Biegebelastung auf Bauteile . . . . .	45
Widerstandsmomente . . . . .	46
Knickung, Zus. Beanspruchung . . . . .	47
Dynamische Festigkeit . . . . .	48
Gestaltfestigkeit . . . . .	49
<b>2.7 Wärmetechnik</b>	
Temperaturen, Längenänderung . . . . .	51
Schwindung . . . . .	51
Wärmemenge . . . . .	51
Heizwerte. . . . .	52
<b>2.8 Elektrotechnik</b>	
Größen und Einheiten . . . . .	53
Ohmsches Gesetz. . . . .	53
Leiterwiderstand. . . . .	53
Stromdichte. . . . .	54
Schaltung von Widerständen . . . . .	54
Stromarten . . . . .	55
Elektrische Arbeit und Leistung . . . . .	56
Transformator. . . . .	56

### 3 Technische Kommunikation (K)

57

<b>3.1 Geometrische Grundkonstruktionen</b>	
Kartesisches Koordinatensystem . . . .	58
Polarkoordinatensystem . . . . .	59
Flächendiagramme . . . . .	59
Strecken, Lote, Winkel . . . . .	60
Tangenten, Kreisbögen . . . . .	61
Inkreis, Ellipse, Spirale . . . . .	62
Zykloide, Evolvente, Hyperbel . . . . .	63
<b>3.2 Zeichnungselemente</b>	
Schriftzeichen . . . . .	64
Normzahlen, Radien, Maßstäbe . . . . .	65
Zeichenblätter . . . . .	66
Stücklisten, Positionsnummern . . . . .	67
Linienarten . . . . .	68
<b>3.3 Darstellung</b>	
Projektionsmethoden . . . . .	70
Ansichten . . . . .	72
Schnittdarstellung . . . . .	74
Schraffuren . . . . .	76
<b>3.4 Maßeintragung</b>	
Maßlinien, Maßzahlen . . . . .	77
Bemaßungsregeln . . . . .	78
Zeichnungsvereinfachung . . . . .	83
<b>3.5 GPS – Dimensionelle Tolerierung</b>	
ISO-GPS-System . . . . .	85
Dimensionelle Tolerierung . . . . .	86
ISO-Passungen . . . . .	88
Passungsempfehlungen, -auswahl . . . . .	96
Allgemeintoleranzen . . . . .	97
Wälzlagerpassungen . . . . .	97
Spezifikationsmodifikatoren . . . . .	98
Hüllbedingung, Maximal-Minimal-Bedingung . . . . .	99
<b>3.6 GPS – Geometrische Tolerierung</b>	
Aufbau der Toleranzangaben . . . . .	100
Toleranzindikatoren . . . . .	101
Zusätzliche Symbole, Modifikatoren . . . . .	102
Angaben in Zeichnungen . . . . .	103
<b>3.7 GPS – Oberflächenangaben</b>	
Rauheitskenngrößen . . . . .	106
Oberflächenangaben . . . . .	107
Härteangaben . . . . .	110
<b>3.8 Werkstückelemente</b>	
Butzen, Werkstückkanten . . . . .	111
Zentrierbohrungen, Rändel . . . . .	112
Freistiche . . . . .	113
Gewindeausläufe, Gewindefreistiche . . . . .	114
<b>3.9 Maschinenelemente</b>	
Gewinde, Schraubenverbindungen . . . . .	115
Zahnräder . . . . .	116
Wälzlager . . . . .	118
Dichtungen . . . . .	119
Sicherungsringe, Federn, Keilwellen . . . . .	120
<b>3.10 Schweißen und Löten</b>	
Symbole . . . . .	121
Bemaßungsbeispiele . . . . .	123

### 4 Werkstofftechnik (W)

125

<b>4.1 Stoffe</b>	
Stoffwerte . . . . .	126
Periodisches System der Elemente . . . . .	128
Chemikalien der Metalltechnik . . . . .	129
<b>4.2 Bezeichnungssystem der Stähle</b>	
Definition und Einteilung . . . . .	130
Normung von Stahlprodukten . . . . .	131
Werkstoffnummern . . . . .	132
Bezeichnungssystem . . . . .	133
<b>4.3 Stahlsorten</b>	
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht . . . . .	137
Stähle, Übersicht . . . . .	138
Baustähle . . . . .	140
Einsatzstähle . . . . .	143
Vergütungsstähle . . . . .	144
Werkzeugstähle . . . . .	146
Nichtrostende Stähle . . . . .	147
Federstähle . . . . .	149
Stähle für Blankstahlerzeugnisse . . . . .	150
<b>4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse</b>	
Bleche, Bänder, Rohre . . . . .	152
Profile . . . . .	156
Längen- u. flächenbezogene Masse . . . . .	165
<b>4.5 Wärmebehandlung</b>	
Kristallgitter, Legierungssysteme . . . . .	166
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm . . . . .	167
Wärmebehandlung der Stähle . . . . .	168
<b>4.6 Gusseisen-Werkstoffe</b>	
Bezeichnung, Werkstoffnummern . . . . .	173
Gusseisenwerkstoffe . . . . .	174
<b>4.7 Gießereitechnik</b>	
Leichtmetalle	
Übersicht Al-Legierungen . . . . .	179
Aluminium-Knetlegierungen . . . . .	181
Aluminium-Gusslegierungen . . . . .	183
Aluminium-Profile . . . . .	184
Magnesium- u. Titanlegierungen . . . . .	187
<b>4.9 Schwermetalle</b>	
Bezeichnungssystem . . . . .	189
Kupfer- und Zinklegierungen . . . . .	190

<b>4.10 Sonstige Werkstoffe</b> .....	192
<b>4.11 Kunststoffe</b>	
Übersicht .....	194
Duroplaste .....	197
Thermoplaste .....	198
Elastomere, Schaumstoffe .....	201
Kunststoffverarbeitung .....	202
Polyblends, Schichtpressstoffe .....	203
Kunststoffprüfung .....	206

<b>4.12 Werkstoffprüfung</b>	
Übersicht .....	207
Zugversuch .....	209
Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch ...	210
Härteprüfung .....	211
<b>4.13 Korrosion, Korrosionsschutz</b> .....	214

## 5 Maschinenelemente (M)

215

<b>5.1 Gewinde</b>	
Gewindearten, Übersicht .....	216
Ausländische Gewinde-Normen .....	217
Metrisches ISO-Gewinde .....	218
Sonstige Gewinde .....	219
Gewindetoleranzen .....	221
<b>5.2 Schrauben</b>	
Schraubenarten, Übersicht .....	222
Bezeichnung .....	223
Festigkeit .....	224
Sechskantschrauben .....	225
Zylinderschrauben .....	228
Sonstige Schrauben .....	229
Berechnung von Schrauben .....	234
Schraubensicherungen, Übersicht ...	238
Schraubenantriebe .....	239
<b>5.3 Senkungen</b>	
Senkungen für Senkschrauben .....	240
Senkungen für Zylinderschrauben ...	241
<b>5.4 Muttern</b>	
Mutternarten, Übersicht .....	242
Bezeichnung .....	243
Festigkeit .....	244
Sechskantmuttern .....	245
Sonstige Muttern .....	247

<b>5.5 Scheiben</b>	
Bauarten, Übersicht .....	249
Flache Scheiben .....	249
Sonstige Scheiben .....	251
<b>5.6 Stifte und Bolzen</b>	
Bauarten, Übersicht .....	252
Zylinderstifte, Spannstifte .....	253
Kerbstifte, Bolzen .....	254
<b>5.7 Welle-Nabe-Verbindungen</b>	
Verbindung, Übersicht .....	255
Keile .....	256
Passfedern, Scheibenfedern .....	257
Werkzeugkegel .....	258
<b>5.8 Sonstige Maschinenelemente</b>	
Federn .....	259
Gewindestifte, Druckstücke, Kugelhöpfe .....	262
Griffe, Aufnahmen .....	263
Schnellspan-Bohrvorrichtung .....	265
<b>5.9 Antriebs Elemente</b>	
Riemen .....	267
Stirnräder, Maße .....	270
Kegel- u. Schneckenräder, Maße ...	272
Übersetzungen .....	273
<b>5.10 Lager</b>	
Gleitlager .....	274
Wälzlager .....	276
Schmieröle und Schmierfette .....	285

## 6 Fertigungstechnik (F)

287

<b>6.1 Messtechnik</b>	
Prüfmittel .....	288
Messergebnis .....	289
<b>6.2 Qualitätsmanagement</b>	
Normen, Begriffe .....	290
Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung ..	292
Statistische Auswertung .....	293
Qualitätsfähigkeit .....	295
Statistische Prozesslenkung .....	296
<b>6.3 Maschinenrichtlinie</b> .....	299
<b>6.4 Industrie 4.0</b>	
Y-Modell, Begriffe .....	301

<b>6.5 Produktionsorganisation</b>	
Erzeugnisgliederung .....	303
Arbeitsplanung .....	304
Kalkulation .....	308
<b>6.6 Instandhaltung</b>	
Wartung, Instandsetzung .....	311
Instandhaltungskonzepte .....	312

<b>6.7 Spanende Fertigung</b>		<b>6.10 Umformen</b>	
Zeitspannungsvolumen . . . . .	314	Biegen: Werkzeug, Verfahren . . . . .	388
Kräfte beim Spanen . . . . .	315	Biegeradien, Zuschnitt . . . . .	390
Drehzahl- und Drehmomentdiagramm . . . . .	316	Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren . . . . .	392
Schneidstoffe . . . . .	318	Zuschnittsdurchmesser, Ziehspalt . . . . .	394
Wendeschneidplatten . . . . .	320	<b>6.11 Spritzgießen</b>	
Werkzeug-Aufnahmen . . . . .	321	Spritzgießwerkzeug . . . . .	396
Kühlschmierung . . . . .	322	Schwindung, Kühlung, Dosierung . . . . .	399
Drehen . . . . .	324	<b>6.12 Additive Fertigung</b>	
Fräsen . . . . .	336	Verfahren . . . . .	401
Bohren, Senken, Reiben . . . . .	347	Lasersintern, Werkstoffe . . . . .	402
Schleifen . . . . .	355	<b>6.13 Fügen</b>	
Honen . . . . .	360	Schmelzschweißen . . . . .	403
CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte . . . . .	361	Schutzgasschweißen . . . . .	405
Werkzeug-/Bahnkorrekturen . . . . .	362	Lichtbogenschweißen . . . . .	407
CNC-Fertigung nach DIN . . . . .	363	Schweißanweisung . . . . .	409
CNC-Drehen nach PAL . . . . .	366	Brennschneiden . . . . .	410
CNC-Fräsen nach PAL . . . . .	372	Kennzeichnung von Gasflaschen . . . . .	412
<b>6.8 Abtragen</b>		Löten . . . . .	414
Drahterodieren, Senkerodieren . . . . .	381	Kleben . . . . .	417
Einflüsse auf das Verfahren . . . . .	382	<b>6.14 Arbeits- und Umweltschutz</b>	
<b>6.9 Trennen durch Schneiden</b>		Gefahren am Arbeitsplatz . . . . .	419
Schneidkraft, Pressen . . . . .	383	Gefahrstoffverordnung . . . . .	420
Schneidwerkzeug . . . . .	384	Verbots-, Warn-, Sicherheitszeichen . . . . .	428
Werkzeug- und Werkstückmaße . . . . .	386	Kennzeichnung von Rohrleitungen . . . . .	431
Streifenausnutzung . . . . .	387	Schall und Lärm . . . . .	432
<b>7 Automatisierungstechnik (A)</b>		<b>433</b>	
<b>7.1 Pneumatik, Hydraulik</b>		<b>7.4 SPS-Steuerungen</b>	
Schaltzeichen, Wegeventile . . . . .	434	SPS-Programmiersprachen . . . . .	459
Proportionalventile . . . . .	436	Binäre Verknüpfungen . . . . .	463
Schaltpläne, Kennzeichnungssysteme . . . . .	437	Ablaufsteuerungen . . . . .	464
Pneumatische Steuerung . . . . .	441	<b>7.5 Regelungstechnik</b>	
Pneumatikzylinder . . . . .	442	Grundbegriffe, Kennbuchstaben . . . . .	466
Hydraulik-, Pneumatikzylinder, Leistung von Pumpen . . . . .	443	Bildzeichen . . . . .	467
Hydraulikpumpen . . . . .	444	Regler . . . . .	468
Rohre . . . . .	446	<b>7.6 Handhabungs-, Robotertechnik</b>	
<b>7.2 Grafset</b>		Koordinatensysteme, Achsen . . . . .	470
Grundstruktur . . . . .	447	Aufbau von Robotern . . . . .	471
Schritte, Transitionen . . . . .	448	Greifer, Arbeitssicherheit . . . . .	472
Aktionen . . . . .	449	<b>7.7 Motoren und Antriebe</b>	
Verzweigung . . . . .	451	Schutzmaßnahmen, Schutzarten . . . . .	473
<b>7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik</b>		Elektromotoren, Berechnungen . . . . .	475
Schaltzeichen . . . . .	454	Kennzeichnung von Anschlüssen . . . . .	476
Stromlaufpläne, Kennzeichnung . . . . .	455		
Sensoren . . . . .	457		
Elektropneumatische Steuerung . . . . .	458		
<b>Normenverzeichnis</b>		<b>477</b>	
<b>Sachwortverzeichnis</b>		<b>482</b>	

## Normen und andere Regelwerke

### Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 509	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freisteilen bei Drehteilen und Bohrungen.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN ISO 129-1 (2019-05)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Norm DIN EN ISO 129-1 (2020-02) mit Grundlagen der Maß- und Toleranzangabe lag der Öffentlichkeit z. B. seit Mai 2019 als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 45696-1 (2006-02)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2016-08)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freisteiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig.

### Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

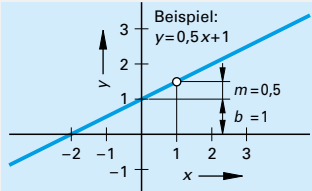


# 1 Technische Mathematik

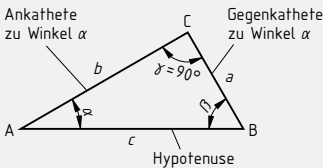
M



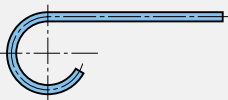
<b>1.1 Einheiten im Messwesen</b>	
SI-Basisgrößen und Einheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12



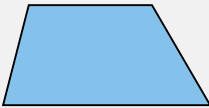
<b>1.2 Formeln</b>	
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen	17
Prozent- und Zinsrechnung	17



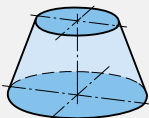
<b>1.3 Winkel und Dreiecke</b>	
Winkelarten, Satz des Pythagoras	18
Strahlensatz	18
Funktionen im Dreieck	19
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck	19
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck	19



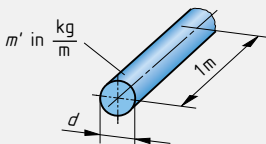
<b>1.4 Längen</b>	
Teilung von Längen	20
Bogenlänge	20
Gestreckte Längen	21
Federdrahtlänge	21
Rohlänge	21



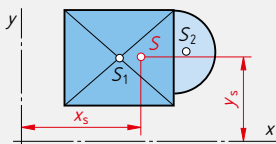
<b>1.5 Flächen</b>	
Eckige Flächen	22
Dreieck, Vielecke, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring	24
Ellipse	24



<b>1.6 Volumen und Oberfläche</b>	
Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel	26
Zusammengesetzte Körper	27



<b>1.7 Masse</b>	
Allgemeine Berechnung	27
Längenbezogene Masse	27
Flächenbezogene Masse	27



<b>1.8 Schwerpunkte</b>	
Linienschwerpunkte	28
Flächenschwerpunkte	28

## Einheiten im Messwesen

### SI<sup>1)</sup>-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

<sup>1)</sup> Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Système International d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

### Basigrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
Länge	$l$	<b>Meter</b>	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 $\mu$ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm  In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	$A, S$	Quadratmeter Ar Hektar	m <sup>2</sup> a ha	1 m <sup>2</sup> = 10 000 cm <sup>2</sup> = 1 000 000 mm <sup>2</sup> 1 a = 100 m <sup>2</sup> 1 ha = 100 a = 10 000 m <sup>2</sup> 100 ha = 1 km <sup>2</sup>	Zeichen $S$ nur für Querschnittsflächen  Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	$V$	Kubikmeter Liter	m <sup>3</sup> l, L	1 m <sup>3</sup> = 1000 dm <sup>3</sup> = 1 000 000 cm <sup>3</sup> 1 l = 1 L = 1 dm <sup>3</sup> = 10 dl = 0,001 m <sup>3</sup> 1 ml = 1 cm <sup>3</sup>	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ $\pi$ 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1°/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	$\Omega$	Steradian	sr	1 sr = 1 m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m <sup>2</sup> .
<b>Mechanik</b>					
Masse	$m$	<b>Kilogramm</b> Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg  1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht.  Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	$m'$	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	$m''$	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m <sup>2</sup>	1 kg/m <sup>2</sup> = 0,1 g/cm <sup>2</sup>	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	$\rho$	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m <sup>3</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 g/cm <sup>3</sup> = 1 g/ml = 1 mg/mm <sup>3</sup>	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit  Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

## Einheiten im Messwesen

### Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Mechanik</b>					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	$J$	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse $m$ und Radius $r$ gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	$F$ $F_G, G$	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	$M$ $M_b, T$	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	$p$	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	$p$ $\sigma, \tau$	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa $\text{N/mm}^2$	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen $p_a$ verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	$I$	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	$\text{m}^4$ $\text{cm}^4$	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	$E, W$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	$P$ $\Phi$	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
<b>Zeit</b>					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	$t$	<b>Sekunde</b> Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), $3^h$ bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^h24^m10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	$f, \nu$	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	$n$	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	$v$	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	$\text{m/s}$ $\text{m/min}$ $\text{km/h}$	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2\pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/\text{s}$ .
Beschleunigung	$a, g$	Meter pro Sekunde hoch zwei	$\text{m/s}^2$	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen $g$ nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

## Einheiten im Messwesen

### Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
<b>Elektrizität und Magnetismus</b>					
<b>Elektrische Stromstärke</b>	$I$	<b>Ampere</b>	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potentialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	$U$	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
Elektr. Widerstand	$R$	Ohm	$\Omega$	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	$G$	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	$\rho$	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	
Leitfähigkeit	$\gamma, \kappa$	Siemens pro Meter	S/m		$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz	$f$	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	$W$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	$\varphi$	-	-	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	$E$	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	$Q$	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
Elektr. Kapazität	$C$	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
Induktivität	$L$	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	$P$	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung $S$ in $\text{V} \cdot \text{A}$

### Thermodynamik und Wärmeübertragung

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
<b>Thermodynamische Temperatur</b>	$T, \theta$	<b>Kelvin</b>	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ( $^\circ\text{C}$ ) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$ : Seite 51
	$t, \vartheta$	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Temperatur					
Wärmemenge	$Q$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} = 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	$H_u$	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m <sup>3</sup>	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m <sup>3</sup> ) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

### Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm <sup>2</sup>	1 cu.in = 16,39 cm <sup>3</sup>	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm <sup>2</sup>	1 cu.ft = 28,32 dm <sup>3</sup>	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m <sup>2</sup>	1 cu.yd = 764,6 dm <sup>3</sup>	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,873 m <sup>2</sup>	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh
1 Land-meile = 1,6093 km		1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W
		1 barrel (US) = 158,9 l	1 pound/in <sup>3</sup> = 27,68 g/cm <sup>3</sup>	1 Btu = 1055 Ws
		1 barrel (UK) = 159,1 l		1 bhp = 745,7 W

## Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen <span style="float: right;">vgl. DIN 1304-1 (1994-03)</span>					
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
$l$	Länge	$r, R$	Radius	$\alpha, \beta, \gamma$	ebener Winkel
$b$	Breite	$d, D$	Durchmesser	$\Omega$	Raumwinkel
$h$	Höhe	$A, S$	Fläche, Querschnittsfläche	$\lambda$	Wellenlänge
$s$	Weglänge	$V$	Volumen		
<b>Mechanik</b>					
$m$	Masse	$F$	Kraft	$G$	Schubmodul
$m'$	längenbezogene Masse	$F_G, G$	Gewichtskraft	$\mu, f$	Reibungszahl
$m''$	flächenbezogene Masse	$M$	Drehmoment	$W$	Widerstandsmoment
$\rho$	Dichte	$M_T, T$	Torsionsmoment	$I$	Flächenmoment 2. Grades
$J$	Trägheitsmoment	$M_b$	Biegemoment	$W, E$	Arbeit, Energie
$p$	Druck	$\sigma$	Normalspannung	$W_p, E_p$	potenzielle Energie
$p_{abs}$	absoluter Druck	$\tau$	Schubspannung	$W_k, E_k$	kinetische Energie
$p_{amb}$	Atmosphärendruck	$\varepsilon$	Dehnung	$P$	Leistung
$p_o$	Überdruck	$E$	Elastizitätsmodul	$\eta$	Wirkungsgrad
<b>Zeit</b>					
$t$	Zeit, Dauer	$f, \nu$	Frequenz	$a$	Beschleunigung
$T$	Periodendauer	$v, u$	Geschwindigkeit	$g$	örtliche Fallbeschleunigung
$n$	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$\alpha$	Winkelbeschleunigung
				$Q, \dot{V}, q_v$	Volumenstrom
<b>Elektrizität</b>					
$Q$	Ladung, Elektrizitätsmenge	$L$	Induktivität	$X$	Blindwiderstand
$U$	Spannung	$R$	Widerstand	$Z$	Scheinwiderstand
$C$	Kapazität	$\rho$	spezifischer Widerstand	$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel
$I$	Stromstärke	$\gamma, \kappa$	elektrische Leitfähigkeit	$N$	Windungszahl
<b>Wärme</b>					
$T, \Theta$	thermodynamische Temperatur	$Q$	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz	$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$a$	Temperaturleitfähigkeit
$t, \vartheta$	Celsius-Temperatur	$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$c$	spezifische Wärmekapazität
$\alpha_l, \alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$k$	Wärmedurchgangskoeffizient	$H_o$	spezifischer Heizwert
<b>Licht, elektromagnetische Strahlung</b>					
$E_v$	Beleuchtungsstärke	$f$	Brennweite	$I_o, \dot{W}$	Strahlstärke
		$n$	Brechzahl		Strahlungsenergie
<b>Akustik</b>					
$p$	Schalldruck	$L_p$	Schalldruckpegel	$N$	Lautheit
$c$	Schallgeschwindigkeit	$I$	Schallintensität	$L_N$	Lautstärkepegel
<b>Mathematische Zeichen <span style="float: right;">vgl. DIN 1302 (1999-12)</span></b>					
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	$\sim$	proportional	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\hat{=}$	entspricht	$a^x$	a hoch x, x-te Potenz von a	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\dots$	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$\ln$	natürlicher Logarithmus
$\infty$	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	$e$	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$\perp$	senkrecht zu	$\cos$	Kosinus
$\stackrel{def}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	$\parallel$	ist parallel zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\uparrow \downarrow$	gegensinnig parallel	$( ), [ ], \{ }$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	$\sphericalangle$	Winkel	$\pi$	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$\geq$	größer oder gleich	$\triangle$	Dreieck		
$+$	plus	$\equiv$	kongruent zu		
$-$	minus	$\Delta x$	Delta x (Differenz zweier Werte)	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\cdot$	mal, multipliziert mit	$\%$	Prozent, vom Hundert	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Promille, vom Tausend	$a', a''$	a Strich, a zwei Strich
$\Sigma$	Summe	$\text{‰}$		$a_1, a_2$	a eins, a zwei

M

# Formeln, Gleichungen, Diagramme

## Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B.  $v_c$  für die Schnittgeschwindigkeit,  $d$  für den Durchmesser,  $n$  für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B.  $\cdot$  für Multiplikation,  $+$  für Addition,  $-$  für Subtraktion,  $-$  (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B.  $\pi$  (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

### Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit  $v_c$  in m/min für  $d = 200$  mm und  $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

### Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

## Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

### Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment  $M$  eines Elektromotors mit der Antriebsleistung  $P = 15$  kW und der Drehzahl  $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

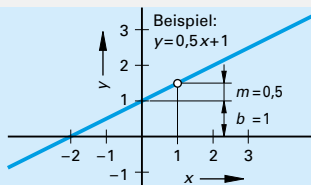
### Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
$M$	Drehmoment N · m
$P$	Leistung kW
$n$	Drehzahl 1/min

## Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist  $y$  die Funktion von  $x$ , mit  $x$  als unabhängige und  $y$  als abhängige Variable. Die Zahlenpaare  $(x, y)$  einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem.



### 1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

$x$	-2	0	2	3
$y$	0	1	2	2,5

### 2. Beispiel:

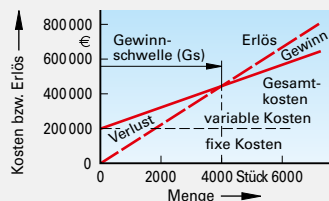
#### Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

$M$	0	4000	6000
$K_G$	200000	440000	560000
$E$	0	440000	660000

- $K_G$  Gesamtkosten → abhängige Variable
- $M$  Menge → unabhängige Variable
- $K_f$  Fixe Kosten →  $y$ -Koordinatenabschnitt
- $K_v$  Variable Kosten → Steigung der Funktion
- $E$  Erlös → abhängige Variable



### Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

### Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

### Beispiele:

#### Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

#### Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

## Umstellen von Formeln

### Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der linken Formelseite	=	Veränderungen auf der rechten Formelseite
--	---	---

Formel	
$p = \frac{F \cdot s}{t}$	
linke Formelseite	= rechte Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$\cdot t$  → beide Formelseiten werden mit  $t$  multipliziert.

$: F$  → beide Formelseiten werden durch  $F$  dividiert.

### Umstellung von Summen

**Beispiel:** Formel  $L = l_1 + l_2$ , Umstellung nach  $l_2$

$\text{[1] } L = l_1 + l_2 \quad   -l_1 \quad l_1 \text{ subtrahieren}$	$\text{[3] } L - l_1 = l_2 \quad \text{Seiten vertauschen}$
$\text{[2] } L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1 \quad \text{subtrahieren durchführen}$	$\text{[4] } l_2 = L - l_1 \quad \text{umgestellte Formel}$

### Umstellung von Produkten

**Beispiel:** Formel  $A = l \cdot b$ , Umstellung nach  $l$

$\text{[1] } A = l \cdot b \quad   : b \quad \text{dividieren durch } b$	$\text{[3] } \frac{A}{b} = l \quad \text{Seiten vertauschen}$
$\text{[2] } \frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b} \quad \text{kürzen mit } b$	$\text{[4] } l = \frac{A}{b} \quad \text{umgestellte Formel}$

### Umstellung von Brüchen

**Beispiel:** Formel  $n = \frac{l}{l_1 + s}$ , Umstellung nach  $s$

$\text{[1] } n = \frac{l}{l_1 + s} \quad   \cdot (l_1 + s) \quad \text{mit } (l_1 + s) \text{ multiplizieren}$	$\text{[4] } n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1 \quad   : n \quad \text{subtrahieren dividieren durch } n$
$\text{[2] } n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)} \quad \text{rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen}$	$\text{[5] } \frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n} \quad \text{kürzen mit } n$
$\text{[3] } n \cdot l_1 + n \cdot s = l \quad   - n \cdot l_1 \quad - n \cdot l_1 \text{ subtrahieren}$	$\text{[6] } s = \frac{l - n \cdot l_1}{n} \quad \text{umgestellte Formel}$

### Umstellung von Wurzeln

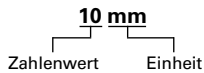
**Beispiel:** Formel  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ , Umstellung nach  $a$

$\text{[1] } c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad   ( )^2 \quad \text{Formel quadrieren}$	$\text{[4] } a^2 = c^2 - b^2 \quad   \sqrt{\quad} \quad \text{radizieren}$
$\text{[2] } c^2 = a^2 + b^2 \quad   - b^2 \quad b^2 \text{ subtrahieren}$	$\text{[5] } \sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{Ausdruck vereinfachen}$
$\text{[3] } c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2 \quad \text{subtrahieren, Seite tauschen}$	$\text{[6] } a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{umgestellte Formel}$

## Größen und Einheiten

### Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

### Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Zeichen	Vorsatz-Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	$10^{12}$	Billion	$12000000000000\text{ N} = 12 \cdot 10^{12}\text{ N} = 12\text{ TN}$ (Tera-Newton)
G	Giga	$10^9$	Milliarde	$45000000000\text{ W} = 45 \cdot 10^9\text{ W} = 45\text{ GW}$ (Giga-Watt)
M	Mega	$10^6$	Million	$8500000\text{ V} = 8,5 \cdot 10^6\text{ V} = 8,5\text{ MV}$ (Mega-Volt)
k	Kilo	$10^3$	Tausend	$12600\text{ W} = 12,6 \cdot 10^3\text{ W} = 12,6\text{ kW}$ (Kilo-Watt)
h	Hekto	$10^2$	Hundert	$500\text{ l} = 5 \cdot 10^2\text{ l} = 5\text{ hl}$ (Hekto-Liter)
da	Deka	$10^1$	Zehn	$32\text{ m} = 3,2 \cdot 10^1\text{ m} = 3,2\text{ dam}$ (Deka-Meter)
-	-	$10^0$	Eins	$1,5\text{ m} = 1,5 \cdot 10^0\text{ m}$
d	Dezi	$10^{-1}$	Zehntel	$0,5\text{ l} = 5 \cdot 10^{-1}\text{ l} = 5\text{ dl}$ (Dezi-Liter)
c	Zenti	$10^{-2}$	Hundertstel	$0,25\text{ m} = 25 \cdot 10^{-2}\text{ m} = 25\text{ cm}$ (Zenti-Meter)
m	Milli	$10^{-3}$	Tausendstel	$0,375\text{ A} = 375 \cdot 10^{-3}\text{ A} = 375\text{ mA}$ (Milli-Ampere)
µ	Mikro	$10^{-6}$	Millionstel	$0,000052\text{ m} = 52 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 52\text{ µm}$ (Mikro-Meter)
n	Nano	$10^{-9}$	Milliardstel	$0,000000075\text{ m} = 75 \cdot 10^{-9}\text{ m} = 75\text{ nm}$ (Nano-Meter)
p	Piko	$10^{-12}$	Billionstel	$0,000000000006\text{ F} = 6 \cdot 10^{-12}\text{ F} = 6\text{ pF}$ (Pico-Farad)

### Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s,  $\text{mm}^2$  in  $\text{m}^2$ . Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

### Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10\text{ mm}}{1\text{ cm}} = \frac{1000\text{ mm}}{1\text{ m}} = \frac{1\text{ m}}{1000\text{ mm}} = \frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60\text{ min}}{1\text{ h}} = \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}} = \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} = \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100\text{ mm}^2}{1\text{ cm}^2} = \frac{100\text{ cm}^2}{1\text{ dm}^2} = \frac{1\text{ cm}^2}{100\text{ mm}^2} = \frac{1\text{ dm}^2}{100\text{ cm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60\text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000\text{ mm}^3}{1\text{ cm}^3} = \frac{1000\text{ cm}^3}{1\text{ dm}^3} = \frac{1\text{ cm}^3}{1000\text{ mm}^3} = \frac{1\text{ dm}^3}{1000\text{ cm}^3}$	Zoll	$1\text{ inch} = 25,4\text{ mm}; 1\text{ mm} = \frac{1}{25,4}\text{ inch}$

#### 1. Beispiel:

Das Volumen  $V = 3416\text{ mm}^3$  ist in  $\text{cm}^3$  umzurechnen.

Das Volumen  $V$  wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit  $\text{cm}^3$  und im Nenner die Einheit  $\text{mm}^3$  aufweist.

$$V = 3416\text{ mm}^3 = \frac{1\text{ cm}^3 \cdot 3416\text{ mm}^3}{1000\text{ mm}^3} = \frac{3416\text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416\text{ cm}^3}$$

#### 2. Beispiel:

Die Winkelangabe  $\alpha = 42^\circ 16'$  ist in Grad ( $^\circ$ ) auszudrücken.

Der Teilwinkel  $16'$  muss in Grad ( $^\circ$ ) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad ( $^\circ$ ) und im Nenner die Einheit Minute ( $'$ ) hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$



## Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

### Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

#### • Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

**Beispiel:**

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

#### • Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

**Beispiel:**

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

#### • Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

**Beispiel:**

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

#### Regeln beim Potenzieren

$a$  Basis  
 $m, n \dots$  Exponenten

#### Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

#### Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

#### Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^m = \frac{1}{a^{-m}}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

### Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

$P_s$  Prozentsatz, Prozent     $P_w$  Prozentwert     $G_w$  Grundwert

**Beispiel:**

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)  
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

#### Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

### Zinsrechnung

$K_0$  Anfangskapital     $Z$  Zinsen     $t$  Laufzeit in Tagen,  
 $K_1$  Endkapital     $p$  Zinssatz pro Jahr    Verzinsungszeit

**1. Beispiel:**

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

**2. Beispiel:**

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

#### Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

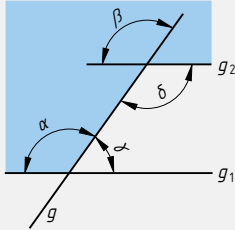
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

# Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

## Winkelarten



- g Gerade
- g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub> parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

### Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

### Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

### Wechselwinkel

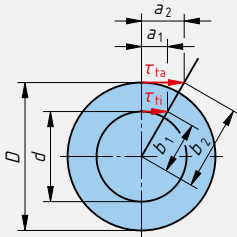
$$\alpha = \delta$$

### Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

## Strahlensatz

- τ<sub>ta</sub> Torsionsspannung außen
- τ<sub>ti</sub> Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

### Beispiel:

D = 40 mm, d = 30 mm,  
τ<sub>ta</sub> = 135 N/mm<sup>2</sup>; τ<sub>ti</sub> = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

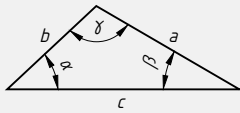
### Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

## Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

### Beispiel:

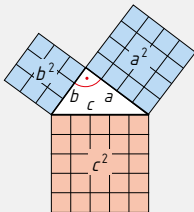
α = 21°, β = 95°, γ = ?  
γ = 180° - α - β = 180° - 21° - 95° = 64°

### Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

## Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

### 1. Beispiel:

c = 35 mm; a = 21 mm; b = ?  
b = √(c<sup>2</sup> - a<sup>2</sup>) = √((35 mm)<sup>2</sup> - (21 mm)<sup>2</sup>) = 28 mm

### 2. Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und I = 25 mm.  
K = ?  
c<sup>2</sup> = a<sup>2</sup> + b<sup>2</sup>  
R<sup>2</sup> = I<sup>2</sup> + K<sup>2</sup>  
K = √(R<sup>2</sup> - I<sup>2</sup>) = √(50<sup>2</sup> mm<sup>2</sup> - 25<sup>2</sup> mm<sup>2</sup>)  
K = 43,3 mm

### Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

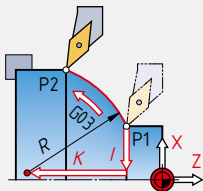
### Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Länge der Katheten

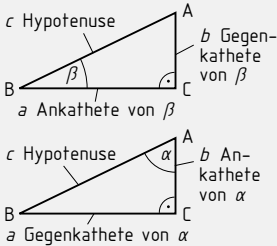
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



# Funktionen im Dreieck

## Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)

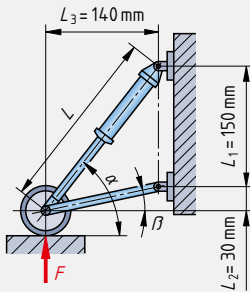


$c$  Hypotenuse (längste Seite)  
 $a, b$  Katheten  
 Bezogen auf den Winkel  $\alpha$  ist  
 -  $b$  die Ankathete und  
 -  $a$  die Gegenkathete  
 $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck, mit  $\gamma = 90^\circ$   
 sin Schreibweise für Sinus  
 cos Schreibweise für Kosinus  
 tan Schreibweise für Tangens  
 sin  $\alpha$  Sinus des Winkels  $\alpha$

### Winkelfunktionen

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

M



**1. Beispiel**  
 $L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm};$   
 Winkel  $\alpha = ?$   
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$   
**Winkel  $\alpha = 52^\circ$**

Bezogen auf den Winkel  $\alpha$  ist:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

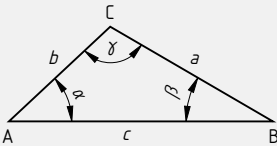
Bezogen auf den Winkel  $\beta$  ist:

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

**2. Beispiel**  
 $L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \alpha = 52^\circ;$   
 Länge des Stoßdämpfers  $L = ?$   
 $L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ( $^\circ$ ) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

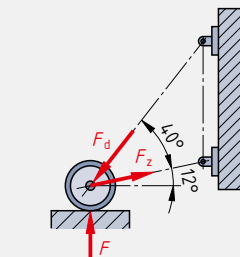
## Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite  $a \rightarrow$  Gegenwinkel  $\alpha$   
 Seite  $b \rightarrow$  Gegenwinkel  $\beta$   
 Seite  $c \rightarrow$  Gegenwinkel  $\gamma$

Sinussatz	
$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$	
$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	

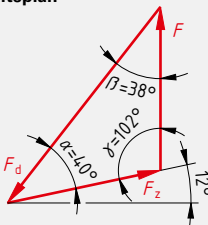


**Beispiel**  
 $F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$   
 Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.  
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$   
 $F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$   
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$   
 $F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$

Viefältige Umstellungen sind möglich:

$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$

### Kräfteplan



Die Berechnung eines Winkels in Grad ( $^\circ$ ) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arccos.

Kosinussatz	
$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$	
$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$	
$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$	

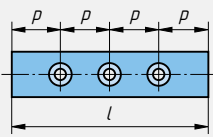
Umstellung, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

# Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

## Teilung von Längen

### Randabstand = Teilung



$l$  Gesamtlänge       $n$  Anzahl der Bohrungen  
 $p$  Teilung

#### Beispiel:

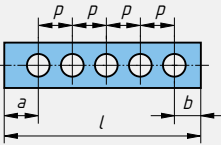
$l = 2 \text{ m}$ ;  $n = 24$  Bohrungen;  $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24+1} = 80 \text{ mm}$$

### Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

### Randabstand $\neq$ Teilung



$l$  Gesamtlänge       $n$  Anzahl der Bohrungen  
 $p$  Teilung       $a, b$  Randabstände

#### Beispiel:

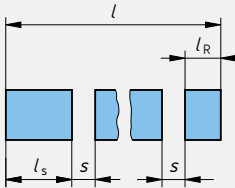
$l = 1950 \text{ mm}$ ;  $a = 100 \text{ mm}$ ;  $b = 50 \text{ mm}$ ;  
 $n = 25$  Bohrungen;  $p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

### Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

### Trennung von Teilstücken



$l$  Gesamtlänge       $s$  Sägeschnittbreite  
 $z$  Anzahl der Teile       $l_R$  Restlänge  
 $l_s$  Teillänge

#### Beispiel:

$l = 6 \text{ m}$ ;  $l_s = 230 \text{ mm}$ ;  $s = 1,2 \text{ mm}$ ;  $z = ?$ ;  $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000 \text{ mm}}{230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}} = 25,95 = 25 \text{ Teile}$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000 \text{ mm} - 25 \cdot (230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}) = 220 \text{ mm}$$

### Anzahl der Teile

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

### Gesamtlänge

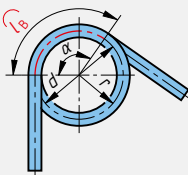
$$l = l_s \cdot z + s \cdot (z - 1)$$

### Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

## Bogenlänge

### Beispiel: Schenkelfeder



$l_B$  Bogenlänge       $\alpha$  Mittelpunktswinkel  
 $r$  Radius       $d$  Durchmesser

#### Beispiel:

$r = 36 \text{ mm}$ ;  $\alpha = 120^\circ$ ;  $l_B = ?$

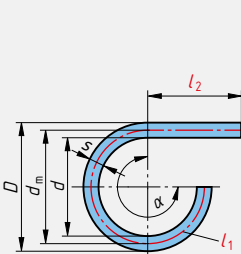
$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \text{ mm} \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 75,36 \text{ mm}$$

### Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

## Zusammengesetzte Länge



$D$  Außendurchmesser       $d$  Innendurchmesser  
 $d_m$  mittlerer Durchmesser       $s$  Dicke  
 $l_1, l_2$  Teillängen       $L$  zusammengesetzte Länge  
 $\alpha$  Mittelpunktswinkel

#### Beispiel (Zusammengesetzte Länge, Bild links):

$D = 360 \text{ mm}$ ;  $s = 5 \text{ mm}$ ;  $\alpha = 270^\circ$ ;  $l_2 = 70 \text{ mm}$ ;  
 $d_m = ?$ ;  $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2 = \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

### Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$